

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО
6 класс. Алгебра и теория чисел–2. 08 июня 2010 года

1. В любом ли семизначном числе можно поменять 6 цифр так, чтобы результат был не равен 0 и делился на 1234567?
2. У каждого из составных чисел n , $n + 10$ выписали наибольший делитель, отличный от самого числа. Оказалось, что выписанные делители равны. Найдите все возможные значения n .
3. Существует ли натуральное число, ровно в 111 111 111 111 раз большее суммы своих цифр?
4. Наименьшее общее кратное двух различных натуральных чисел делится на их разность. Докажите, что большее число не превосходит удвоенного меньшего.
5. Докажите, что любое составное число можно представить в виде $xy + xz + yz + 1$, где x , y и z натуральные числа.
6. Одна из гипотез Эйлера была опровергнута в 1980-х гг. группой американских математиков (L. J. Lander, T. R. Parkin и J. L. Selfridge), указавших, что $n^5 = 133^5 + 110^5 + 84^5 + 27^5$ для натурального n . Чему равно n ?
7. На длинной полоске бумаги выписано число 4^{100} (в десятичной записи). Вася разрезал полоску на три, причем числа на образованных полосках не начинаются на 0. Могут ли эти три числа быть точными кубами?